- Si risolva la seguente equazione differenziale:

$$x''(t) + \beta x'(t) + \omega^2 x(t) = 0$$
$$x'(0) = 0, \;\; x(0) = 1$$

Si definisca una funzione $f(\beta, \omega)$ la cui espressione sia la soluzione dell'equazione. Si presti attenzione all'esistenza di un caso particolare, quando $\beta = 2\omega$.
Si disegnino sullo stesso grafico le curve $f(0,1), f(0.5,1), f(2,1), f(3,1)$.
Si utilizzi il comando `Manipulate` per generare in modo continuo i grafici che corrispondono a scelte generiche di β e ω.

- Si risolva la seguente equazione differenziale:

$$r'(\theta) = br(\theta), \quad r(0) = a \tag{1}$$

Si tracci il grafico parametrico, con $\theta \in [0, 8\pi]$ del punto generico $(x, y) = (r(\theta)\cos\theta, r(\theta)\sin(theta))$, per le due combinazioni $(a, b) = (0.1, 0.1)$ e $(a, b) = (0.01, 0.01)$.
Si utilizzi il comando `Manipulate` per generare in modo continuo i grafici che corrispondono a scelte generiche di a e b.

- Si definisca una funzione $g(n)$ che, per dato n, generi una lista di n coppie di punti (x_i, y_i), con:

$$\theta_0 = \frac{\pi}{180}, \qquad x_0 = 0.01, \qquad y_0 = x_0 \tan\theta_0 \tag{2}$$
$$x_i = \frac{y_{i-1} - x_{i-1}\tan\left(\theta_{i-1} + \frac{\pi}{2}\right)}{\tan\theta_i - \tan\left(\theta_{i-1} + \frac{\pi}{2}\right)} \tag{3}$$
$$y_i = x_i \tan\theta_i$$
$$\theta_i = \theta_0 + \frac{2\pi}{n}\, i$$

Si utilizzi il comando `ListPlot` con l'opzione `PlotJoined->True` per congiungere la sequenza di punti così generata, con $n = 10$.

- Si consideri il sistema di equazioni differenziali

$$\frac{d^2\theta_1(t)}{dt^2} = -m_1^2\theta_1(t) - k\,\theta_1(t) + k\,\theta_2(t) \tag{4}$$
$$\frac{d^2\theta_2(t)}{dt^2} = -m_2^2\theta_2(t) + k\,\theta_1(t) - d\,\theta_2(t)$$

- Leggendo i due secondi membri, si scriva la matrice A dei coefficienti del vettore colonna $\Theta = (\theta_1, \theta_2)$ e si calcolino i corrispondenti autovalori $\lambda_{1,2}$.
- Si ponga (da qui in poi) $m_2 = m_1$ e si calcoli la soluzione delle equazioni $A{\cdot}\Theta = \lambda_{1,2}\Theta$, che permette di esprimere θ_2 in funzione di θ_1 (modi normali).
  Si può semplificare la soluzione con la sostituzione $\frac{1}{\sqrt{d^2}} \to \frac{1}{d}$.
- Si risolva il sistema di equazioni differenziali, imponendo come condizione al contorno $\dot{\theta}_1(0) = \dot{\theta}_2(0) = 0, \quad \theta_1(0) = \bar{\theta}_1, \quad \theta_2(0) = \bar{\theta}_2$.
  Si calcolino e semplifichino le soluzioni somma e differenza $\theta_1 + \theta_2$ e $\theta_1 - \theta_2$.
  Si impongano le relazioni che determinano i modi normali sui valori al contorno $\bar{\theta}_1$ e $\bar{\theta}_2$.
  Si rappresentino i due modi normali per $t \in [0, 10]$ con $\bar{\theta}_{1,2} = 0.5$, $m_1 = 1$, $d = 1$.
  Si commenti la dipendenza da d delle due soluzioni.
- Si risolva il sistema di equazioni differenziali, imponendo, come condizioni al contorno:
  $\dot{\theta}_1(0) = \dot{\theta}_2(0) = 0, \quad \theta_1(0) = \bar{\theta}, \quad \theta_2(0) = 0$.
  Si implementi una funzione dei parametri k e $\bar{\theta}$, che permetta di disegnare quest'ultima soluzione, per $\theta_1(t)$, con $t \in [0, 100]$.
  Si disegni la soluzione, con $\bar{\theta} = 0.5$ e con $k = 0.01$, 0.1, 0.5 ; si presentino accostati i tre grafici ottenuti.
- Si utilizzi il comando `Manipulate` per generare in modo continuo i grafici che corrispondono a scelte generiche di d e di $\bar{\theta}$.