

# Esame di Laboratorio di Fisica Computazionale

18 aprile 2012, ore 13.30

## shell scripting

Si scriva uno script che permette di identificare la PID (il numero identificativo) del processo `cron`. Questo processo viene lanciato da `root` all'avvio del computer.

## Mathematica

1. Si risolva il sistema di equazioni seguente:

$$\begin{cases} x + y + z = 4 \\ x^2 - y^2 - z = 2 \\ -x + 6y - z = -2 \end{cases}$$

2. Si disegnino, nello stesso grafico, le tre superfici (con  $z$  espresso in funzione di  $x$  e  $y$ ) definite dalle tre equazioni del punto precedente, scegliendo come intervallo  $x \in [-5, 5]$  e  $y \in [-5, 5]$ .
3. Si consideri un sistema di spin 1 e si scelga una base cartesiana in cui  $L_z$  è diagonale:

$$L_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Gli operatori  $L_{\pm} = L_x \pm iL_y$  agiscono sugli autostati di  $L_z$  secondo l'equazione  $L_{\pm}|m\rangle = \sqrt{2}|m \pm 1\rangle$ . Si calcoli la rappresentazione matriciale degli operatori  $L_x$  e  $L_y$ .

A questo scopo si definisca una funzione  $\text{Lp}[i-, j-] := \text{Sqrt}[2] \text{Delta}[i, j + 1]$ , dove  $\text{Delta}$  indica la funzione  $\delta$  di Kronecker; analogamente si proceda per  $L_-$ . Si ricordi che gli autovalori di  $L_z$  sono  $-1, 0, 1$  (nel problema è stato posto  $\hbar = 1$ ).

4. Si risolva l'equazione differenziale

$$(1 - x^2)y''(x) - xy'(x) + n^2y(x) == 0$$

e si pongano le due costanti di integrazione  $c_1 = 1, c_2 = 0$ . Si disegnino, con  $x \in [-1, 1]$ , in un solo grafico le prime cinque soluzioni ponendo  $n = 1, \dots, 5$ .

Si generino i primi cinque polinomi di Chebyshev  $T_n(x)$ , utilizzando la relazione di ricorrenza

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x), \quad T_0(x) = 1, \quad T_1(x) = x$$

Si disegnino, con  $x \in [-1, 1]$ , questi cinque polinomi e si faccia un confronto con le prime cinque soluzioni dell'equazione differenziale.