Esame di Laboratorio di Fisica Computazionale

14 giugno 2012, ore 14.00

shell scripting

Si scriva uno script che prende in input una lettera modello (`lettera.txt`) e un elenco di nomi (`elenco.txt`) e, utilizzando `sed`, genera tante lettere "personalizzate" quanti sono i nomi nell'elenco.

Mathematica

1. Si generino i primi cinque polinomi di Gegenbauer $C_n^\lambda(x)$, utilizzando la relazione di ricorrenza
$$nC_n^\lambda(x) = 2(n+\lambda-1)xC_{n-1}^\lambda(x) - (n+2\lambda-2)C_{n-2}^\lambda(x), \quad C_0^\lambda(x) = 1, \ \ C_1^\lambda(x) = 2\lambda x$$
Si disegnino, in 5 plots 3D separati, con $x \in [-1, 1]$ e con $\lambda \in [0, 1]$, questi cinque polinomi.
Si verifichi che i polinomi di Gegenbauer implementati in `Mathematica` dalla funzione `GegenbauerC[m,n,x]` soddisfano, nel caso $m = n$ con m intero compreso tra 2 e 5, l'equazione differenziale
$$(1-x^2)y''(x) - (2m+1)xy'(x) + 3m^2y(x) == 0$$
suggerimento: si definisca $y(x) = GegenbauerC(m, m, x)$, si scriva l'equazione differenziale e a questo punto si verifichi che per $m = 2, ..., 5$ l'uguaglianza è verificata. Si sfrutti il comando `Simplify`.

2. Sia data la matrice
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 9 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$
Si risolva rispetto a λ l'equazione caratteristica
$$\det(A - \lambda I) = 0$$
Si confronti questo risultato con il calcolo diretto degli autovalori. *suggerimento: si utilizzi il comando* `N` *per visualizzare il valore numerico degli autovalori.*

3. Si consideri un sistema di spin 1/2 e si scelga una base cartesiana in cui s_z è diagonale:
$$s_z = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$
Gli operatori $s_\pm = s_x \pm is_y$ agiscono sugli autostati di s_z secondo l'equazione $s_\pm|m\rangle = |m \pm 1\rangle$. Si calcoli la rappresentazione matriciale degli operatori s_x e s_y.
Si ricordi che gli autovalori di s_z sono $\pm 1/2$ (*nel problema è stato posto* $\hbar = 1$).

4. Si sviluppi in serie di Taylor la funzione $\arcsin(x)$ rispettivamente fino al terzo, settimo e undicesimo ordine. Si disegnino nello stesso grafico, per $x \in [-1.5, 1.5]$, la funzione di partenza e i tre sviluppi. Si visualizzi sulle ordinate solo l'intervallo $y \in [-2, 2]$.