Esame di Laboratorio di Fisica Computazionale

18 giugno 2013, ore 13.30

shell scripting

1. Si scriva uno script che scambia le due colonne del file `prova.txt` e salva il risultato nel file `scambiate.txt`.
2. Si scriva uno script che calcola la media dei valori della terza colonna del file `voti.txt`
3. Si scriva uno script che seleziona, tra tutti i files presenti nella directory `/home/vicini/corso1213/` quelli creati nel mese di aprile.

Mathematica

1. Si integri per serie la funzione $\cos(\sqrt{\log x})$ nell'intervallo $x \in [1, 10]$ e si discuta quanti termini sono necessari per raggiungere un'accuratezza dello 0.2%.

2. Si consideri la possibilità di descrivere in meccanica quantistica una serie di rotazioni attorno all'asse x oppure all'asse y, in una sequenza inizialmente non precisata. Si scriva una funzione che riordina gli operatori di momento angolare, scrivendo più a sinistra quelli relativi alle rotazioni attorno all'asse x, poi quelli relativi all'asse y e infine, più a destra quelli per le rotazioni attorno all'asse z. Si ricordi che il commutatore degli operatori di momento angolare è
$$[L_j, L_k] = i\hbar\, \varepsilon^{jkl} L_l$$
e si implementino esplicitamente le tre commutazioni, utilizzando esplicitamente L_x, L_y e L_z.
Si studi in particolare il caso
$$X = L_y \cdot L_x \cdot L_y \cdot L_x$$

3. Nota l'espressione del potenziale vettore di una spira elementare percorsa da corrente $\vec{A} = \frac{\vec{m}\times\vec{r}}{|r|^3}$, si verifichi che l'intensità del campo magnetico associato è
$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{3(\vec{m}\cdot\vec{r})\vec{r}}{|r|^5} - \frac{\vec{m}}{|r|^3}$$
dove $\vec{m}$ è il momento magnetico della spira.
suggerimento 1: si utilizzi il comando `Signature` *per implementare il prodotto esterno con il simbolo di Levi-Civita*
suggerimento 2: si introducano temporaneamente tre simboli `dd[x], dd[y], dd[z]` *per indicare le tre componenti del nabla; si calcoli quindi simbolicamente $\vec{\nabla} \times \vec{A}$; si applichi quindi al risultato la sostituzione* `dd[x_] a_ :> D[a,x]`.

4. Si disegni la proiezione del campo $\vec{B}$ nel piano (x, y), con $x \in [-5, 5]$ e con $y \in [-5, 5]$, calcolata con un dipolo magnetico di componenti $\vec{m} = (1, 0, 0)$. Si utilizzi la primitiva grafica `Arrow` per indicare l'orientamento del campo in ciascun punto.

5. Si disegni la superficie parametrizzata, per $u \in [0, 2\pi]$ e $v \in [-1, 1]$ nel seguente modo:
$$x = \left(1 + \frac{v}{2}\cos(\frac{u}{2})\right)\cos u, \quad y = \left(1 + \frac{v}{2}\cos(\frac{u}{2})\right)\sin u, \quad z = \frac{v}{2}\sin(\frac{u}{2})$$

6. Si disegni la superficie parametrizzata, per $u \in [0, 2\pi]$ e $v \in [0, 2\pi]$ nel seguente modo:

$$x = (2 + \cos v)\cos u, \quad y = (3 + \cos v)\sin u, \quad z = \sin v$$

7. Si disegni la superficie parametrizzata, per $u \in [0, \pi/4]$ e $v \in [0, 2\pi]$ nel seguente modo:

$$x = (2 + \cos v)\cos u, \quad y = (3 + \cos v)\sin u, \quad z = \sin v$$

8. Si risolva la seguente equazione differenziale:

$$\ddot{z}(t) = -g \sin\theta, \quad \dot{z}(0) = 0, \quad z(0) = 100 \tag{1}$$

e si disegni la soluzione per $t \in [0, 10]$ con $\theta = \pi/3$.

9. Si risolva il seguente sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) &= 0, \quad \dot{x}(0) = 10, \quad x(0) = 0 \\ \ddot{z}(t) &= -g, \quad \dot{z}(0) = 10, \quad z(0) = 0 \end{aligned} \tag{2}$$

e si disegni la soluzione $(x(t), z(t))$ parametricamente rispetto a t con $t \in [0, 10]$.

10. Si risolva il seguente sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) &= 0, \quad \dot{x}(0) = 10, \quad x(0) = 0 \\ \ddot{z}(t) &= -g, \quad \dot{z}(0) = 10, \quad z(0) = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

e si calcoli a quale tempo $\bar{t} > 0$ si ha $z(\bar{t}) = 0$.