Esame di Laboratorio di Fisica Computazionale

12 febbraio 2013, ore 14.00

shell scripting

Si scriva uno script che prende in input una lettera modello (`lettera.txt`) e un elenco di nomi (`elenco.txt`) e, utilizzando `sed`, genera tante lettere "personalizzate" quanti sono i nomi nell'elenco.

Mathematica

1. Si calcolino i primi 6 polinomi di Laguerre $L_n(x)$, con $0 \leq n \leq 5$, utilizzando la relazione di ricorrenza
$$(n+1)L_{n+1}(x) = (2n+1-x)L_n(x) - nL_{n-1}(x)$$
e le condizioni $L_0(x) = 1, L_1(x) = 1 - x$;
si calcolino una seconda volta utilizzando invece la funzione generatrice
$$g(x,z) = \frac{1}{1-z}\exp(-\frac{xz}{1-z})$$
(il polinomio di grado n si ottiene dalla derivata $n-$esima di $g(x,z)$, in cui si pone $z = 0$, divisa per $n!$)

2. Sia data la matrice
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 9 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$
   - Se ne calcolino gli autovalori, utilizzando il comando di `Mathematica` e aiutandosi con il comando N[ ] per ottenere una valutazione numerica.
   - Si definisca la funzione di una matrice $f(M)$ tramite lo sviluppo di Taylor della funzione f. Si utilizzi il comando `MatrixPower`, per calcolare le varie potenze di M, applicandolo con una regola di sostituzione. Si scriva quindi l'espressione della matrice $\sin(A)$, con A definita nel primo punto, espandendo la funzione seno fino al quinto ordine.
   - Si calcolino gli autovalori della matrice espansa e si confrontino con il seno degli autovalori della matrice di partenza.

3. Si consideri un sistema di spin 1/2 e si scelga una base cartesiana in cui s_x è diagonale:
$$s_x = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$
Gli operatori $s_\pm = s_y \pm i s_z$ agiscono sugli autostati di s_x secondo l'equazione $s_\pm|m\rangle = |m \pm 1\rangle$. Si calcoli la rappresentazione matriciale degli operatori s_y e s_z.
Si ricordi che gli autovalori di s_x sono $\pm 1/2$ (*nel problema è stato posto* $\hbar = 1$).

4. Si sviluppi in serie di Taylor la funzione $\arcsin(x)$ rispettivamente fino al terzo, settimo e undicesimo ordine. Si disegnino nello stesso grafico, per $x \in [-4, 4]$, la funzione di partenza e i tre sviluppi.