

METODI MATEMATICI DELLA FISICA

Prova scritta del 06 luglio 2010

Esercizio 1

Calcolare l'integrale

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{e^{-ikx}}{(x^2+1)^2} \quad (k > 0)$$

Esercizio 2

Individuare completamente la regione del piano z dove la serie converge

$$\sum_{k=0}^{\infty} (1 + 1/z)^k.$$

Esercizio 3

Determinare le costanti λ e C affinché l'operatore

$$(Af)(x) = C + \lambda \int_{-\pi}^{\pi} dy \cos(x-y)f(y)$$

sia un proiettore ortogonale su funzioni dello spazio di Hilbert $L^2(-\pi, \pi)$.

Esercizio 4

Calcolare la derivata distribuzionale della funzione

$$f(x) = \theta(x^2 - m^2), \quad m > 0$$

dove $\theta(t) = 1$ se $t > 0$ e $\theta(t) = 0$ se $t < 0$.