

METODI MATEMATICI DELLA FISICA
Prova scritta del 22 settembre 2010

Esercizio 1

Calcolare l'integrale complesso

$$I = \int_C d\zeta \frac{\zeta^2}{\sin \zeta}$$

dove C è la circonferenza antioraria con centro nell'origine, raggio 4.

Esercizio 2

Determinare lo sviluppo di Laurent con centro $z = 1$ della funzione

$$f(z) = \frac{1}{z^3 - 1}$$

e stabilirne la regione di convergenza.

Esercizio 3

Sullo spazio lineare complesso formato dalle matrici complesse $n \times n$ si consideri l'applicazione

$$(A|B) = \text{tr}(A^\dagger B)$$

dove $\text{tr}(A) = \sum_j A_{jj}$ è la traccia della matrice A , e $A^\dagger$ è la coniugazione Hermitiana: $(A^\dagger)_{ij} = \overline{A_{ji}}$. Stabilire se è un prodotto interno.

Esercizio 4

Calcolare la trasformata di Fourier della distribuzione

$$\langle F | \phi \rangle = \int_{-1}^1 \phi(x) dx$$

dove $\phi \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$.