

METODI MATEMATICI DELLA FISICA

Prova scritta del 19 luglio 2010

Esercizio 1

Calcolare l'integrale sulla circonferenza antioraria C di centro π e raggio π :

$$\int_C dz \frac{z}{\cos z}$$

Esercizio 2

Determinare la regione di convergenza della serie di Laurent

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{z^{2k}}{5^{|k|}}.$$

Esercizio 3

Calcolare la norma della funzione f in $L^2(-\pi, \pi)$, avente sviluppo in serie di Fourier

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos(3kx)}{3^k}.$$

Esercizio 4

Si consideri l'operatore lineare di dilatazione con parametro di scala λ su $L^2(\mathbb{R})$,

$$(D_\lambda f)(x) = cf(e^\lambda x).$$

Determinare il parametro $c > 0$ affinché D_λ sia unitario. Determinare l'operatore $D_\lambda^\dagger$.