

METODI MATEMATICI DELLA FISICA

Prova scritta del 19 luglio 2010

Esercizio 1

Calcolare l'integrale sulla circonferenza antioraria C di centro $z = 0$ e raggio 2:

$$\int_C dz \frac{e^{-z}}{\sinh(3z)}$$

Esercizio 2

Determinare la regione di convergenza della serie di Laurent

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{z^k}{\cosh(ak)}, \quad a \in \mathbb{C}$$

Esercizio 3

Assegnata la funzione

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(kx)}{k}.$$

verificare che $f \in L^2(0, 2\pi)$ e determinare il parametro reale a_0 affinché f sia ortogonale alla funzione $g(x) = x$. Calcolare la norma di f per il parametro ottenuto. (NB: si usi il simbolo $\zeta(n) = \sum_k k^{-n}$ per indicare la serie di Riemann).

Esercizio 4

Calcolare la derivata distribuzionale della funzione $\theta(m^2 - x^2)$, dove $m > 0$ è un parametro e $\theta(s) = 1$ se $s > 0$ e $\theta(s) = 0$ se $s \leq 0$.