METODI MATEMATICI DELLA FISICA Prova scritta del 9 settembre 2010

Esercizio 1

Calcolare l'integrale complesso

$$I = \int_{\gamma} d\zeta \sin \zeta$$

dove γ è la semicirconferenza antioraria con centro nell'origine, che unisce il punto $i\pi$ al punto $-i\pi.$

Esercizio 2

Determinare la regione di convergenza della serie di Laurent

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{z^{4k}}{1+e^{-4k}}.$$

Esercizio 3

Calcolare lo sviluppo trigonometrico nello spazio $L^2(0,1)$ della funzione f(x)=x.

Esercizio 4

Calcolare la trasformata di Fourier della distribuzione

$$\langle F \, | \, \phi \rangle = \frac{1}{2m} [\phi(m) + \phi(-m)]$$

dove $\phi \in \mathscr{S}(\mathbb{R})$ e m è un numero reale strettamente positivo.