

METODI MATEMATICI DELLA FISICA
Prova scritta 27 settembre 2011

Esercizio 1

Calcolare l'integrale

$$\int_0^{2\pi} dx \frac{\cos^2 x}{2 + \cos x}.$$

Esercizio 2

Determinare la serie di Fourier della funzione complessa

$$f(x) = e^{(1-i)x}$$

nello spazio $L^2(0, 1)$. Calcolare il quadrato della norma della funzione e della serie ottenuta.

Esercizio 3

Nello spazio lineare $\mathbb{R}^3$ si determini la matrice che corrisponde al proiettore di un vettore sul piano ortogonale al vettore $\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Quali sono gli autovalori della matrice?

Esercizio 4

Mostrare che la successione di funzioni caratteristiche normalizzate

$$\frac{1}{2\eta} \chi_{[a-\eta, a+\eta]}$$

converge per $\eta \rightarrow 0^+$ alla delta di Dirac δ_a nello spazio delle distribuzioni temperate.