

**METODI MATEMATICI DELLA FISICA**  
**Prova scritta del 24 giugno 2016**

i) Calcolare  $\int_{-\infty}^{\infty} dx \delta(4 - x^2) \exp[-(x - 2)^2]$ .

ii) Verificare se la funzione è analitica:

$$(x - y)(x + y - 2) + 2i(x - 1)(y - 1)$$

iii) Calcolare la norma  $L^2(0, T)$ , dove  $T$  è il periodo della funzione

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n(1-3it)}$$

oooooooooooo

**Esercizio 1**

Calcolare l'integrale:

$$\int_0^{\infty} dx \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2 + 2x + 2}$$

**Esercizio 2**

Data la mappa  $w = z/(z + 1)$ :

- 1) determinare l'immagine del fascio di rette passanti per  $z = 0$ .
- 2) determinare l'immagine della famiglia di circonferenze centrate in  $z = 0$  (è utile sfruttare la proprietà  $w(\bar{z}) = \overline{w(z)}$ ).

Qual è in particolare l'immagine della circonferenza  $|z| = 1$ ? In che relazione sono le due famiglie di curve? Si concluda con una sintetica rappresentazione grafica.

**Esercizio 3**

$P$  è il proiettore ortogonale  $\mathbb{R}^3 \rightarrow \{\vec{x} : 5x - y = 0\}$ .

- 1) Quali sono gli autovalori di  $P$  e la loro degenerazione?
- 2) Cosa si può concludere per una matrice di rotazione  $R$  che commuta con  $P$ ?