

**METODI MATEMATICI DELLA FISICA**  
**Prova scritta del 22 luglio 2014**

**Esercizio 1**

Calcolare l'integrale complesso, dove  $C$  è la circonferenza di equazione  $z(\theta) = 3e^{i\theta}$ ,  $0 \leq \theta < 2\pi$ ,

$$\int_C \frac{dz}{2\pi i} \frac{e^{3z}}{\sin^2(z+1)}$$

**Esercizio 2**

Rappresentare l'immagine del quadrato di vertici  $0, 1, 1+i, i$  per la mappa  $w = e^z$  e calcolarne l'area.

Dimostrare che l'area dell'immagine  $f(D)$  di una regione  $D$  per una mappa conforme  $w = f(z)$  è:

$$\iint_D dx dy |f'(x+iy)|^2$$

**Esercizio 3**

Sia  $A$  un operatore lineare limitato con dominio  $\mathcal{H}$ , a valori in  $\mathcal{H}$ . Mostrare che  $(\text{Ran}A)^\perp = \text{Ker}A^\dagger$ .

**Esercizio 4**

Calcolare la derivata *seconda* in  $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$  di  $|x|$ .