

METODI MATEMATICI DELLA FISICA
Prova scritta 13 settembre 2011

Esercizio 1

Calcolare l'integrale (n è un intero)

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\cos(n\pi x)}{x^2 + x + 1}.$$

Esercizio 2

Determinare la parte principale dello sviluppo di Laurent con centro $z = \pi$ della funzione

$$f(z) = \frac{e^z}{(z^2 - \pi^2)^2}.$$

Esercizio 3

Nello spazio $L^2(0, \infty)$ si consideri lo spazio M generato dalle funzioni $u_1(x) = e^{-x/2}$ e $u_2(x) = x e^{-x/2}$. Data la funzione $f(x) = e^{-x}$, determinare la scomposizione $f = f_1 \oplus f_2$, $f_1 \in M$.

Esercizio 4

Calcolare la trasformata di Fourier della distribuzione regolare dipendente dal parametro reale y :

$$\langle F_y | \phi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(xy) \phi(x) dx, \quad \phi \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$$