

METODI MATEMATICI DELLA FISICA

Prova scritta del 05 luglio 2011

Esercizio 1

Determinare lo sviluppo di Fourier sull'intervallo $[-\pi, \pi]$ della funzione periodica

$$I(\theta) = \frac{1}{r^2 + d^2 - 2rd \cos \theta}, \quad r > d.$$

Esercizio 2

Determinare la parte principale dello sviluppo in serie di Laurent nell'intorno forato di centro $z = 0$ della funzione

$$f(z) = \frac{\cosh(z + \pi)}{z^2 \sinh z}$$

Esercizio 3

In $L^2(0, \infty)$ si considerino le funzioni $x^k e^{-x/2}$, $k = 0, 1, 2, \dots$. Si ottengano esplicitamente le prime tre funzioni ortonormali (come imposterebbe il problema a tutti gli ordini?).

Esercizio 4

Calcolare $\mathcal{F} F_\omega$ per la distribuzione F_ω con azione su $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ (ω parametro reale)

$$\langle F_\omega | \varphi \rangle = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{2\pi}} e^{-\epsilon|x| - i\omega x} \varphi(x) = (\mathcal{F} \varphi)(\omega).$$